

2. MATEMATIKA KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI FELADATSOR

I. rész

- A feladatok megoldására 45 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A feladatok *végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja*, a feladatok megoldását **csak akkor** részletezze, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
- A feladatok megoldását tollal készítse! Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető!
- Az egyes feladatokra az ott feltüntetett pontszámnál több nem kapható.
- Ha a megadott válasz hibás elemet vagy elemeket tartalmaz, akkor maximális pontszám nem adható.

1. Adott két halmaz:
 $A = \{\text{egyjegyű pozitív páratlan számok}\}$
 $B = \{2; 3; 5; 7\}$

Sorolja fel az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmaz elemeit!

Az $A \cap B$ halmaz elemei:	1 pont	
Az $A \setminus B$ halmaz elemei:	1 pont	

2. Jelölje be, hogy az alábbi egyenlőségek igaz vagy hamis állítások! ($a > 0, a \neq 1$)

a) $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

Az állítás igaz vagy hamis.	1 pont	
-----------------------------	--------	--

b) $a^8 : a^2 = a^4$

Az állítás igaz vagy hamis.	1 pont	
-----------------------------	--------	--

3. Adott a következő hétjegyű szám: 135947X. Milyen számjegyeket írhatunk az X helyére, hogy az így kapott hétjegyű szám 4-gyel osztható legyen?

Az X értéke:	2 pont	
--------------	--------	--

4. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3^x = 81$$

Az egyenlet megoldása:	2 pont	
------------------------	--------	--

5. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést! Írja le a megoldás egyes lépéseit!

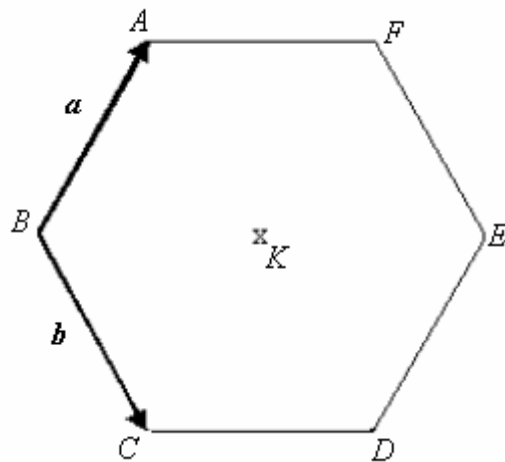
$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad x \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$$

	1 pont	
A kapott kifejezés:	1 pont	

6. Hányféleképpen lehet egy 10 fős társaságból egy elnököt és egy titkárt választani? Megoldását indokolja!

	1 pont	
A lehetőségek száma:	1 pont	

7. Egy szabályos hatszög csúcsai: A, B, C, D, E, F , középpontja K .
Legyen $\overrightarrow{BA} = a$ és $\overrightarrow{BC} = b$. Fejezze ki a megadott vektorok segítségével a \overrightarrow{DE} és a \overrightarrow{BK} vektorokat!



$\overrightarrow{DE} =$	1 pont	
$\overrightarrow{BK} =$	2 pont	

8. Egy szabályos pénzérmét háromszor feldobunk. Mekkora az esélye, hogy egyszer fejet és kétszer írást kapjunk? Megoldását indokolja!

	2 pont	
Az esély:	1 pont	

9. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! Megoldását indokolja!

$$\frac{2}{3}(x^2 - 1) = 10$$

	2 pont	
A megoldás:	2 pont	

10. Milyen valós x -ekre értelmezhetők a következő kifejezések?

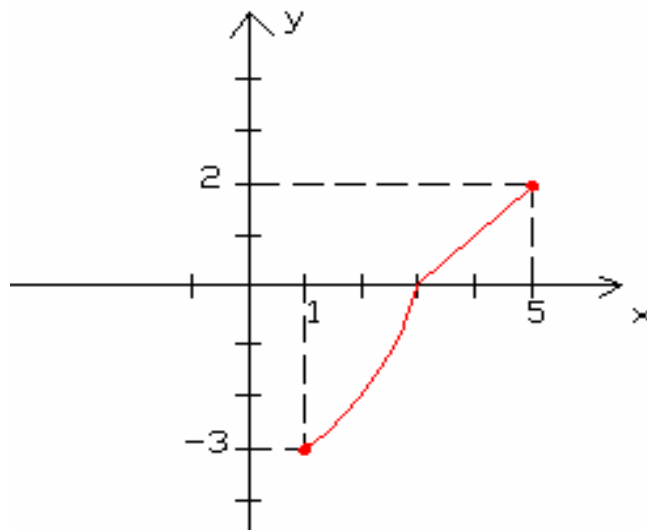
a) $\sqrt{5-x}$

Az értelmezési tartomány:	2 pont	
---------------------------	--------	--

b) $\lg(5-x)$

Az értelmezési tartomány:	2 pont	
---------------------------	--------	--

11. Mi az alábbi, grafikonjával megadott függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?



Értelmezési tartomány:	2 pont	
Értékkészlet:	2 pont	

II. rész

- A feladatok megoldására 135 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A II/B részben három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor az utolsó feladatra nem kap pontot!



- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania; elég csak a tétel megnevezését említeni, *de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell.*
- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
- A feladatok megoldását tollal készítse! Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
- Az egyes feladatokra az ott feltüntetett pontszámnál több nem kapható.
- Ha a megadott válasz hibás elemet vagy elemeket tartalmaz, akkor maximális pontszám nem adható.

II/A

- 12.** Kör alakú amfiteátrum küzdőterének két átellenes pontjában áll egy-egy gladiátor, az uralkodó a pálya szélén ül. A gladiátorok egyenes vonalban odafutnak az uralkodóhoz. Az egyik 20 métert, a másik eggyel többet tesz meg, amíg odaér. Mekkora az amfiteátrum sugara? Készítsen ábrát is a megoldáshoz!

12 pont	
---------	--

Megoldás:

13. Magyarországon egy átlagos család egy főre eső napi vízfogyasztása 152 liter. Ez a fogyasztás több részből tevődik össze: főzés, mosogatás, WC-használat, mosakodás, mosás, egyéb. A felsoroltak vízfogyasztási aránya rendre 4%, 4%, 25%, 26%, 30%, 11%. A vízdíj 140 Ft/m³.

a) Ha minden egyes mosásnál egy takarékosabb mosógéppel 25%-kal kevesebbet használunk, akkor – a lakosság létszámát 10 millióra kerekítve – hány m³ vizet takarít meg az ország lakossága egy év (365 nap) alatt?

6 pont	
--------	--

b) Ez hány százaléka az összes vízfogyasztásnak?

3 pont	
--------	--

c) Mennyi naponta a lakossági megtakarítás értéke összesen? Az eredményt adja meg normálalakban is!

3 pont	
--------	--

Megoldás:

14. Egy adatsor öt számból áll, amelyből kettő elveszett, a maradék három: 3; 4; 7. Tudjuk, hogy a módusz 4, és az adatok átlaga (számtani közepe) 6,5.

a) Mi a számsor hiányzó két adata? Válaszát indokolja!

5 pont	
--------	--

b) Mennyi az adatok mediánja? Válaszát indokolja!

3 pont	
--------	--

c) Számolja ki az adatok szórását!

4 pont	
--------	--

Megoldás:

II/B

A 15. – 17. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania.

- 15.** Reklámcélokra tömör fémből készült dísz tárgyakat gyártanak. Ha olyan négyzet alapú szabályos gúla alakúakat öntenek, ahol a gúla alapéle is, magassága is 5 cm, akkor 100 darabra elég a nyersanyag.

a) Mekkora a nyersanyag térfogata?

3 pont	
--------	--

b) Mennyibe kerülne a 100 gúla befestése, ha 1 m^2 felület festési költsége 1200 Ft?

7 pont	
--------	--

Az ellenőrzés során kiderült, hogy az elkészült dísz tárgyak 5%-a selejtes. A 100 gúlát tartalmazó dobozból véletlenszerűen nyolcat választunk ki.

c) Hányféleképpen lehet ezt megtenni?

2 pont	
--------	--

d) Mennyi az esélye, hogy a nyolc darab kiválasztott gúla közül éppen 3 darab lesz selejtes?

5 pont	
--------	--

Megoldás:

16. a) Mutassa meg, hogy a $4^{2x^2-26x+75} = 64$ egyenletnek a valós számok körében csak a 4 és a 9 a megoldásai!

5 pont	
--------	--

b) Egy számtani sorozat első tagja a $4^{2x^2-26x+75} = 64$ egyenlet nagyobbik gyöke, a számtani sorozat különbsége pedig az egyenlet kisebbik gyöke. Adja meg e számtani sorozat első 5 tagjának az összegét!

4 pont	
--------	--

c) Ha e sorozat első n tagjának összege 3649, akkor mennyi az n értéke?

8 pont	
--------	--

Megoldás:

- 17.** Írja fel annak a két egyenesnek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a $3x - 4y = 0$ egyenletű egyenessel, és érintik az $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ egyenletű kört!

17 pont	
---------	--

Megoldás: