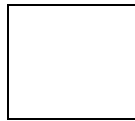


2. MATEMATIKA EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI FELADATSOR

- A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor az utolsó feladatra nem kap pontot!



- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételt (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania; elég csak a tétel megnevezését említeni, de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában alkalmazhatóságát indokolja.
- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
- A feladatok megoldását tollal készítse! Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető!
- Az egyes feladatokra az ott feltüntetett pontszámnál több nem kapható.
- Ha a megadott válasz hibás elemet vagy elemeket tartalmaz, akkor maximális pontszám nem adható.

I. rész

1. Adja meg az alábbi egyenlet $[2; 5]$ intervallumba eső megoldásait!

$$4^{x+1,5} - 14 \cdot 2^{x+2} = -96$$

Megoldás:

12 pont		
---------	--	--

2. Egy golyó beszorult egy deszkalapba vágott, kör alakúnak tekinthető lyukba. Szükség lenne a lyuk átmérőjének méretére, de ezt közvetlenül nem tudjuk megmérni. Mérhető azonban a golyó átmérője, amely 56 mm, és az, hogy a golyó 4,8 cm magasan emelkedik ki a deszkalap fölé. Adja meg a lyuk átmérőjét! A számításhoz készítsen ábrát!

12 pont		
---------	--	--

Megoldás:

3. Határozza meg a grafikonjuk egyenletével megadott, a valós számok halmazán értelmezett alábbi függvények értékkészletét! Vizsgálja e függvényeket monotonitás és szélsőérték szempontjából, rajzolja meg grafikonjukat derékszögű koordinátarendszerben!

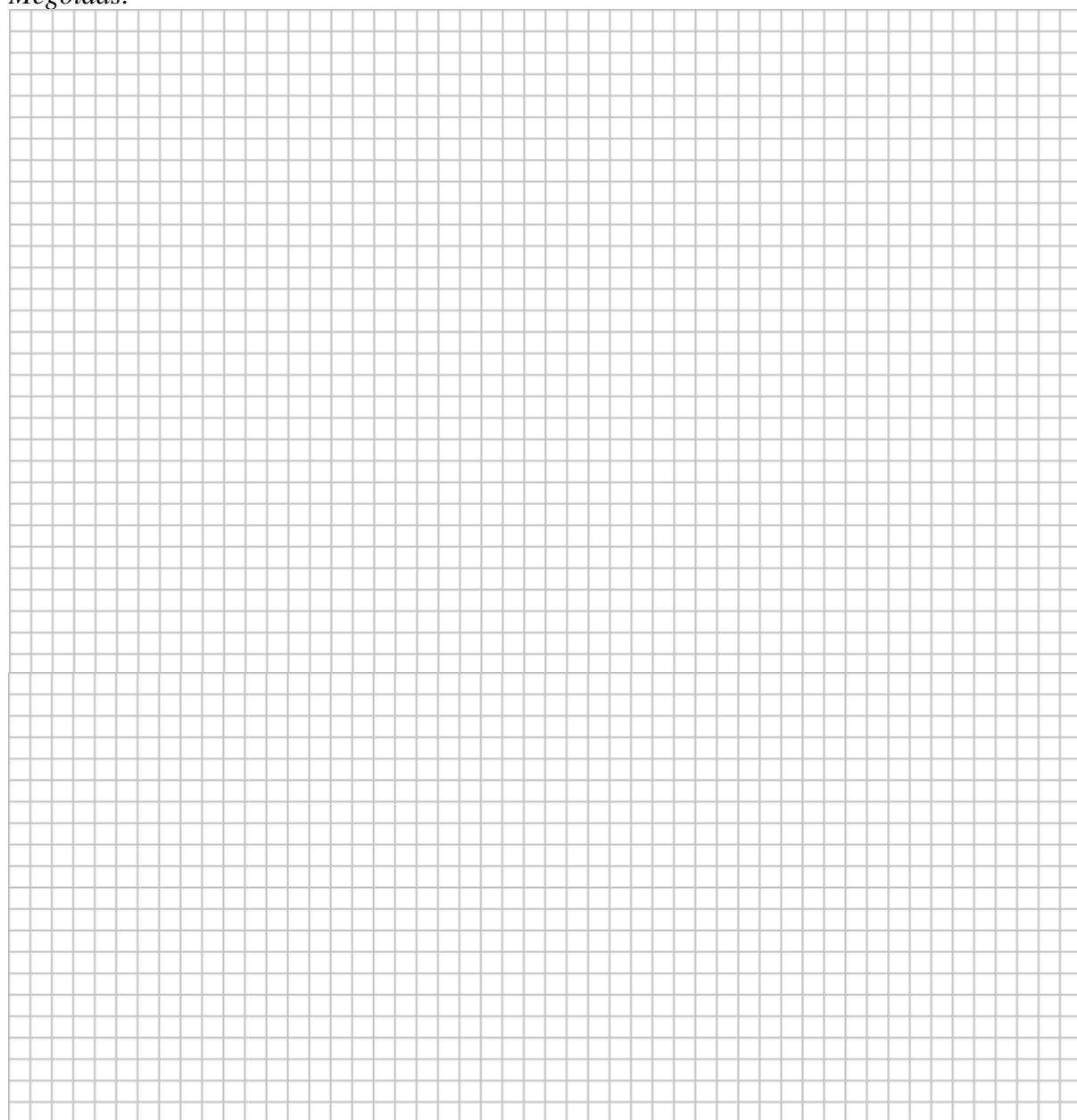
a) $y = x \cdot |x|$

6 pont		
--------	--	--

b) $y = (\sin x + \cos x)^2$

8 pont		
--------	--	--

Megoldás:



4. Egy osztály létszáma 30. Az osztályban három nyelvet tanulnak, angolt, németet és franciát, és minden diák legalább egy nyelvet tanul. Angolul 14-en tanulnak, németül 15-en, franciául pedig 11-en. Pontosan két nyelvet összesen 6 diák tanul. Hányan tanulják mindhárom nyelvet?

13 pont		
---------	--	--

Megoldás:

II. rész

Az 5. – 9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.

- 5.** Egy trópusi lián hajtása egyre lassabban növekszik, ahogy a növény egyre hosszabb lesz. A kicsírázó magból a növény az első hónapban 100 cm-re nő, és minden további hónapban megközelítőleg az előző havi növekedésének a $\frac{4}{5}$ -ével lesz hosszabb. (A következő kérdésekre adott válaszait indokolja!)

a) Mennyit fog nőni a 21. hónapban?

5 pont		
--------	--	--

b) Hány hónap növekedés után lesz 400 cm-nél hosszabb?

7 pont		
--------	--	--

c) Megnöhet-e 600 cm hosszúságúra?

4 pont		
--------	--	--

Megoldás:

6. Egy városban felmérést készítettek családokról, akik közül éppen százat kérdeztek meg. A családban élő fiú, illetve leánygyermek száma szerint az alábbi táblázat készült:

Leányok száma→ Fiúk száma ↓	0	1	2	3	4
0		11	4	3	2
1	10	15	13	6	1
2	7	9	7	5	0
3	3	2	1	1	0

Tehát például 2 leány és 3 fiú éppen 1 családban van.

- a) Töltse ki az alábbi táblázatot, amelyben a száz család közül a különböző gyermekszám szerint kell csoportosítani!

Gyermekszám	1	2	3	4	5	6	7
Családok száma							

3 pont

- b) Számítsa ki, hogy átlagosan hány gyermek van egy családban. Adja meg, a mediánt és a móduszt is! Válaszát indokolja.

6 pont

- c) Válasszon ki egymás után véletlenszerűen két családot a százból! Mennyi az esélye, hogy mindkét családban legfeljebb 4 gyermek van?

7 pont

Megoldás:

- 7. a)** Egy ABC háromszögbe egy olyan maximális területű négyzetet írunk, amelynek csúcsai a háromszög oldalain vannak és egyik oldala párhuzamos a háromszög AC oldalával. Az AC oldal hossza 2 egység, a $CAB\angle = 30^\circ$, az $ACB\angle = 45^\circ$. Mekkora a négyzet oldala?

10 pont		
---------	--	--

- b)** Egy derékszögű koordinátarendszerben az a) részben szereplő ABC háromszög két csúcsának koordinátái: $A(2; 2)$ és $C(4; 2)$. Határozza meg a harmadik csúcs koordinátáit!

6 pont		
--------	--	--

Megoldás:

- 8. a)** Bontsa fel a $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ polinomot a lehető legalacsonyabb fokszámú polinomok szorzatára!

5 pont		
--------	--	--

- b)** Bizonyítsa be, hogy $512 \mid n^{12} - n^8 - n^4 + 1$, ha n páratlan természetes szám!

4 pont		
--------	--	--

- c)** 512 pontot helyezünk el egy olyan téglalapban, amelynek egyik oldala 7, másik oldala 73 egység. Bizonyítsa be, hogy az így elhelyezett pontok között mindig találhatunk legalább kettőt, amelyek távolsága nem nagyobb mint 1,5 egység!

7 pont		
--------	--	--

Megoldás:

9. 1910 júniusában Lisszabon kikötőjéből indult útnak az Arca nevű gőzös. A 120 m hosszú hajó kéményei 24 m magasra emelkedtek a tengerszint fölé. Az óceánt átszelni készülő Arca rakterének tekintélyes részét foglalta el az élelmiszer-, ivóvíz- és ital-készlet, valamint az M tonna tömegű tüzelőanyag.

a) Mekkora út megtétele után tűnt el a hajó megfigyelők szeme elől, akik az útját a partról tízszeres nagyítású látcsővel követték? (A Földet 6 378 300 méter sugarú gömbnek tekinthetjük.)

6 pont		
--------	--	--

b) A gőzhajó M tonna üzemanyaggal indult útnak. Az óránkénti tüzelőanyag-felhasználás (y tonna óránként) a hajó sebességétől (v csomó, azaz tengeri mérföld / óra) a következő képlet szerint függ: $y = 1,4 + 0,005v^2$, ahol a képletben szereplő számok a hajó típusától függő állandók.

Mekkora állandó sebességgel kell mennie a hajónak, hogy M tonna tüzelőanyaggal a lehető legnagyobb utat tegye meg?

10 pont		
---------	--	--

Megoldás: